

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВОГО СОСТОЯНИЯ ВНУТРЕННЕГО КРИСТАЛЛИЗАТОРА ЭШП

Сичная М.А., Ячиков М.И., Ячиков И.М., Вдовин К.Н.

ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет
имени Г.И. Носова», г. Магнитогорск, Россия

Рассмотрена конструкция кристаллизатора электрошлаковой печи для выплавки полых заготовок металлорежущих ножей, имеющего медный водоохлаждаемый дорн. Предложены варианты схемы охлаждения медного дорна. Создана математическая модель теплового состояния дорна при выбранных геометрических параметрах и заданном числе охлаждающих каналов.

Ключевые слова: ЭШП, тепловой поток, водяное охлаждение, дорн, кристаллизатор.

При непрерывном металлургическом производстве образуется большое количество металлического лома из отработанных металлорежущих ножей. Возникает проблема их переплавки и использования полученных заготовок для производства новых ножей. Для выплавки полых заготовок ножей используются специализированные печи электрошлакового переплава (ЭШП), которые по своему устройству более сложны, чем установки для выплавки слитков сплошного сечения [1].

В условиях ОАО «ММК-Метиз» (г. Магнитогорск) решено существующую печь ЭШП, позволяющую выплавлять слитки сплошного сечения, модернизировать, добавив в нее дорн, т.е. внутренний кристаллизатор. Кроме того, предложено изменить конструкцию поддона, дополнив его отверстием, в которое в начале плавки вставляется дорн, имеющий форму усеченного конуса. Ось дорна совпадает с осью наружного кристаллизатора (рис. 1).

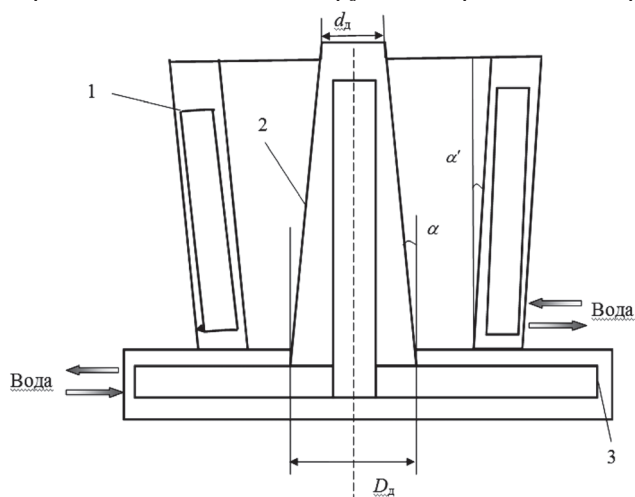


Рис. 1. Схема разъемного кристаллизатора для получения полых слитков:
1 – наружный кристаллизатор ЭШП; 2 – внутренний кристаллизатор ЭШП (дорн); 3 – поддон

Цель работы – создание математической модели для определения теплового состояния дорна выбранной конструкции при заданных тепловых потоках, падающих со стороны кристаллизующего металла в ЭШП и условиях водяного охлаждения.

В простейшем случае водяное охлаждение дорна может представлять собой n вертикальных каналов. С помощью горизонтальных перемычек в верхней части кристаллизатора может быть организовано последовательное или параллельное соединение вертикальных каналов (рис. 2). Оси водяных каналов расположены на расстоянии r_k , причем центральный угол $\varphi_0 = 2\pi/n$ между соседними каналами одинаковый и диаметры всех каналов также одинаковые – $d_0 = 2r_0$ (рис. 3).

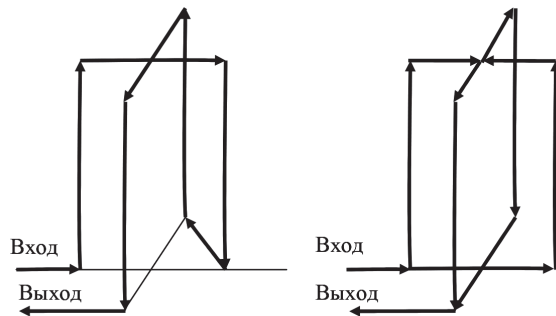


Рис. 2. Возможные схемы соединения водяных вертикальных каналов ($n = 4$):
а – последовательное соединение; б – параллельное соединение

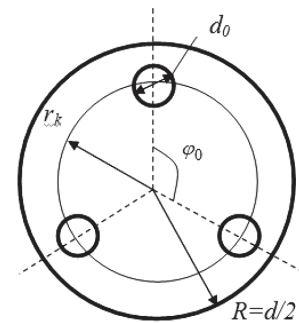


Рис. 3. Расположение охлаждающих каналов при $n = 3$

Введем цилиндрическую систему координат, ось Oz которой совместим с осью цилиндрической детали. При моделировании теплового состояния дорна приняты следующие допущения.

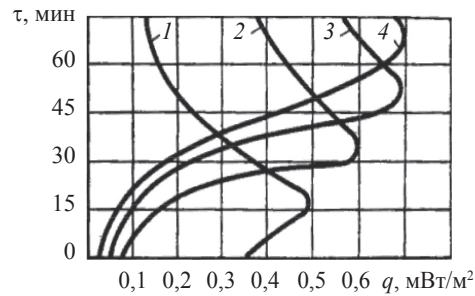
1. Считаем, что дорн имеет форму цилиндра диаметром $d = (D_d + d_d)/2$, или радиусом $R = d/2$. Это вполне допустимо, так как угол конуса цилиндра составляет $\alpha \approx 1,5^\circ$ и $D_d \approx d_d$.

2. Не учитывается охлаждающее действие горизонтальных перемычек в верхней части кристаллизатора на тепловое состояние дорна.

3. Будем считать, что тепловые процессы имеют зеркальную симметрию. При повороте на угол φ_0 относительно оси Oz объект остается таким же. Мы имеем n плоскостей симметрии, проходящих через ось дорна и оси каналов и n вертикальных плоскостей симметрии, проходящих через прямую $\varphi_1 = 2\pi(i-1)/n + \varphi_0/2 = \pi(2i-1)/n$, где $i = 1, 2, \dots, n$.

4. Градиенты температур в направлении Oz существенно меньше, чем в радиальном и азимутальном направлениях ($\partial T/\partial z \ll \partial T/\partial r$, $\partial T/\partial z \ll \partial T/\partial \varphi$), т. е. в рассматриваемой задаче будем принимать $\partial T/\partial z = 0$. Данное допущение не совсем правомерно, так как тепловой поток от затвердевающего металла, падающий на кристаллизатор, существенно зависит по его высоте z (рис. 4) [2]. Однако нас интересует режим теплового состояния дорна в местах максимальных тепловых нагрузок, для такой задачи принятое допущение является даже более жестким.

Рис. 4. Изменение удельного теплового потока q на кристаллизатор-изложницу от времени τ (выплавка 10 т листового слитка) при удалении от поддона на расстояние, мм: 1 – 100, 2 – 300, 3 – 400, 4 – 600 [2]



5. Считаем, что движение воды в каналах турбулентное ($Re > 10\,000$), без кипения.

6. Принимаем, что теплофизические свойства медной стенки кристаллизатора есть величины постоянные.

С учетом основных допущений и ограничений на рис. 5 показана рабочая область в виде сектора с углом φ_1 , используемая в расчете. Приведены основные обозначения геометрических параметров.

Температурное поле в рабочей области описывается уравнением теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right)$$

при $\tau > 0$, $0 < r < R$, $0 < \varphi < \varphi_1$, где T – температура; τ – время, λ , c , ρ – теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность материала дорна соответственно. Учитывая, что свойства стенки постоянные, получим

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right), \quad (1)$$

где $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ – коэффициент температуропроводности материала кристаллизатора.

Для решения дифференциального уравнения (1) необходимо дополнить его краевыми условиями. Начальные условия определяют распределение температур в начальный момент времени

$$T(r, \varphi, 0) = T_0. \quad (2)$$

Граничные условия. На оси симметрии OB ($\varphi = \varphi_1$, $r =]0, R[$)

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0. \quad (3)$$

На оси симметрии OA ($\varphi = 0$, $r =]0, r_k - r_0[$ и $r =]0, r_k + r_0, R[$)

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0. \quad (4)$$

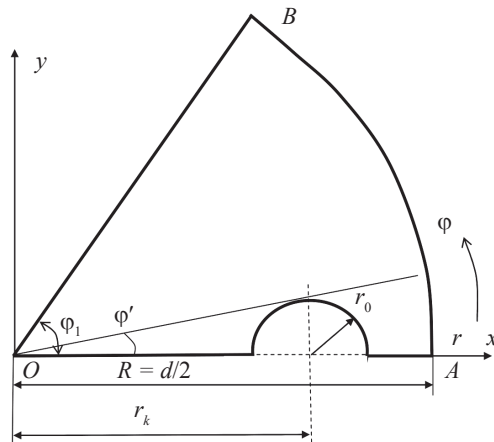


Рис. 5. Рабочая расчетная область и ее основные размеры

На границе кристаллизатора с затвердевающим металлом ($\varphi = [0, \varphi_1]$, $r = R$)

$$-\lambda \frac{\partial T(r, \varphi)}{\partial r} = q, \quad (5)$$

где q – тепловой поток на поверхность кристаллизатора со стороны затвердевающего металла.

Границу водяного канала в декартовой системе координат xOy (см. рис. 5) можно определить как $y(x) = \sqrt{r_0^2 - (x - r_k)^2}$. Используя формулы для перехода в полярную систему координат $x = r \cdot \cos \varphi$ и $y = r \cdot \sin \varphi$, получим

$$r(\varphi) = r_k \cdot \cos \varphi \pm \sqrt{r_0^2 + r_k^2 (\cos^2 \varphi - 1)}, \quad (6)$$

где $\varphi = [0, \varphi']$, $\varphi' = \arctg \frac{r_0}{\sqrt{r_k^2 - r_0^2}}$, $r_k > r_0$.

На поверхностях водяного канала имеем граничное условие 3-го рода

$$-\lambda \frac{\partial T(r, \varphi)}{\partial n} = q_{\text{ж}} = \alpha_{\text{ж}} (t_{\text{ж}} - T_c(r, \varphi)). \quad (7)$$

Вектор теплового потока $\vec{q}_{\text{ж}}$ отбираемого жидкостью направлен перпендикулярно поверхности канала, как это показано на рис. 6. Радиальную и азимутальную проекции этого вектора можно записать как $q_{\text{ж}r} = q_{\text{ж}} \cos \beta$, $q_{\text{ж}\varphi} = q_{\text{ж}} \sin \beta$.

Угол β (см. рис. 6) определяется по теореме синусов $\beta(\varphi) = \arcsin \left(\frac{r_k}{r_0} \sin \varphi \right)$ или по теореме косинусов как

$$\beta(r) = \arccos \frac{r_0^2 - r_k^2 + r^2}{2r \cdot r_0}. \quad (8)$$

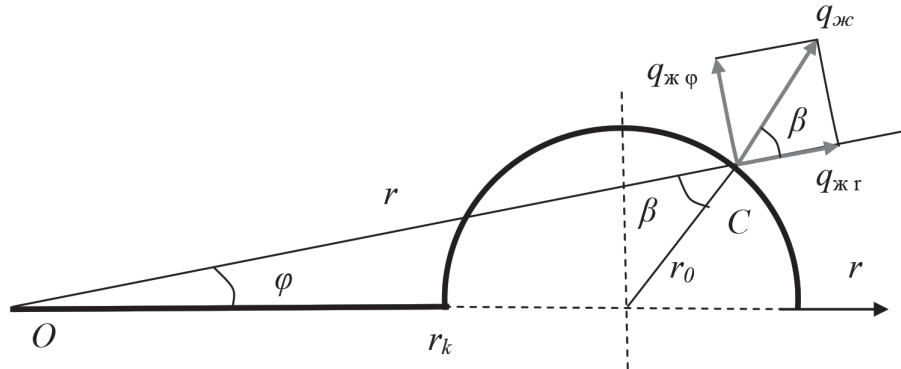


Рис. 6. К определению теплового потока с поверхности охлаждающих каналов

Условие (7) можно записать в виде

$$-\alpha_{\text{ж}}(t_{\text{ж}} - T_c) = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \cdot \cos \beta + \lambda \frac{\partial T}{r \partial \varphi} \cdot \sin \beta. \quad (9)$$

Коэффициент теплоотдачи с внутренней поверхности канала определяется по формуле Михеева

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_{\text{ж}} d_0}{\lambda_{\text{ж}}} = 0,021 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}_{\text{ж}}^{0,43} (\text{Pr}_{\text{ж}} / \text{Pr}_c)^{0,25}, \quad (10)$$

где $\text{Re} = \frac{W_{\text{в}} \cdot d_0}{\nu_{\text{ж}}}$ – число Рейнольдса; $W_{\text{в}}$ – скорость воды в водяном канале; ж, с – индексы, относящиеся к температуре жидкости и стенки соответственно; $\lambda_{\text{ж}}, \nu_{\text{ж}} = 0,805 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ – средние коэффициенты теплопроводности и кинематической вязкости воды соответственно. Число Pr для воды на линии насыщения существенно меняется от температуры в диапазоне 10–210 °С, может быть представлено зависимостью

$$\text{Pr}(t) = 89,666t^{-0,8563}. \quad (11)$$

Таким образом, полученные уравнения (1)–(11) дают математическую модель теплового состояния в рабочей области дорна, имеющего n вертикальных водяных каналов. В дальнейшем предполагается по этой модели создать компьютерную программу, провести моделирования и выбрать рациональные параметры конструкции дорна и режимов водяного охлаждения.

Список использованных источников

1. Ячиков И.М., Ячиков М.И., Сичная М.А. Математическая модель тепловой работы элементов установки ЭШП для получения полых слитков // Информатика, управління та штучний інтелект: Тезиси науково-технічної конференції студентів, магістрів та аспірантів, Харків: НТУ «ХПІ», 2014. С. 96.
2. Электрошлаковые печи / Под ред. Б.Е. Патона. – Киев: Наукова думка, 1976. – 414 с.